20 பரப்பளவு

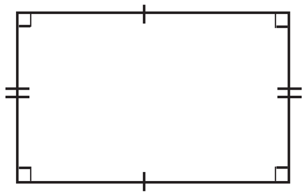
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

★ செங்கோண முக்கோணி, முக்கோணி, கூட்டுத் தள உருவம் ஆகியவற்றின் பரப்பளவைக் காணல்

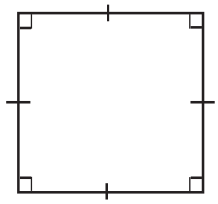
★ சதுரமுகியினதும் கனவுருவினதும் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணல் என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெறுவீர்கள்.

ஒரு தள உருவத்தின் பரப்பளவு என்பது அத்தள உருவத்தில் அடங்கியுள்ள இடத்தின் அளவாகும்.

தள உருவத்தின் வடிவத்திற்கேற்ப அதன் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்குப் பல்வேறு முறைகள் உள்ளன.

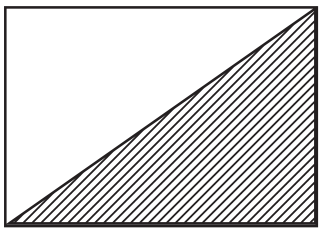


ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு
= நீளம் × அகலம்



ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு
= (ஒரு பக்கத்தின் நீளம்)^2

20.1 முக்கோணியின் பரப்பளவு



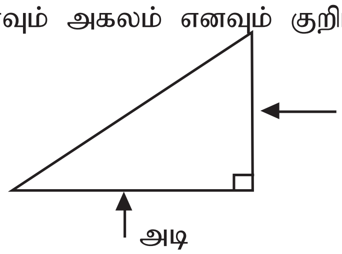
செவ்வகம் ஒன்றின் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் மூலம் அதனைப் பரப்பளவில் சமமான இரு செங்கோண முக்கோணிகளாக வேறுபடுத்தலாம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

செங்கோண முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ நீளம் $\times$ அகலம்

$= \frac{1}{2}$ செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

எனினும் செங்கோண முக்கோணியை வேறாகக் கருதும்போது அதன் பக்கங்கள் நீளம் எனவும் அகலம் எனவும் குறிப்பிடப்படுவதில்லை.

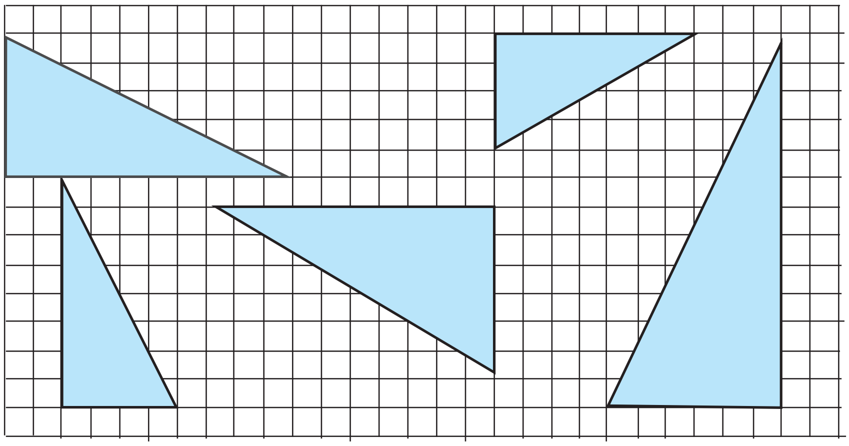


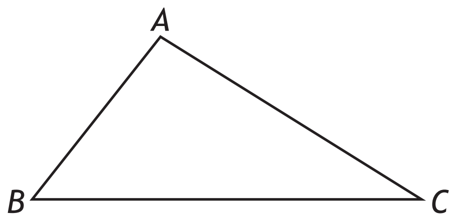
" இலவசப் பாடநூல் விநியோகத்திற்காக "

செங்கோண முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை அடியாகக் கருதும்போது அதற்குச் செங்குத்தாக உள்ள பக்கம் செங்குத்து உயரம் எனப்படும்.

∴ செங்கோண முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

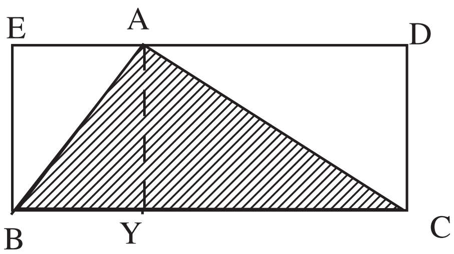
பின்வரும் செங்கோண முக்கோணிகளின் அடியின் நீளத்தையும் செங்குத்து உயரத்தையும் சதுரங்களைக் கணக்கிடுவதன் மூலம் பெற்று, அவற்றின் பரப்பளவைச் சதுர அலகுகளில் காண்க.





ABC என்பது ஒரு செங்கோண முக்கோணியன்று.

முக்கோணி *ABC* இடம்பெறுமாறு பூரணப்படுத்தப்பட்ட செவ்வகம் *BCDE* ஆகும்.



முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவு செவ்வகம் *BCDE* யின் பரப்பளவில் அரைவாசி என்பதை மேற்குறித்த உருவைப் பரிசீலிப்பதன் மூலம் முடிவுசெய்யலாம்.

செவ்வகம் *BCDE* யின் பரப்பளவு $= BC \times DC$

∴ முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times BC \times DC$

இங்கு பக்கம் *BC* யை முக்கோணியின் அடியாகக் கருதலாம்.

DC ஆனது செவ்வகத்தின் அகலமாகும். முக்கோணி *ABC* யைக் கருதும்போது *DC* ஆனது *AY* யிற்குச் சமம். *AY* ஆனது முக்கோணியின் உச்சி A யிலிருந்து அடி *BC* யிற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துயரமாகும்.

$\therefore$ முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times BC \times AY$

BC $\rightarrow$ முக்கோணி *ABC* யின் அடி
AY $\rightarrow$ செங்குத்து உயரம்

$\therefore$ முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times BC \times AY$

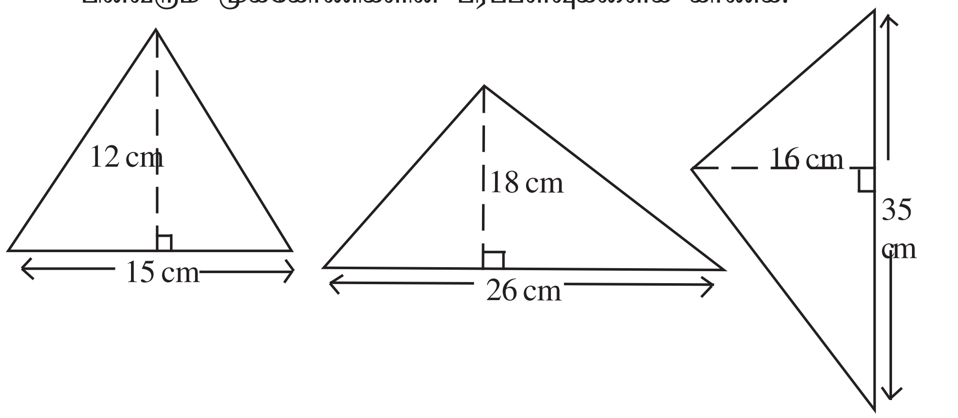
↓ முக்கோணியின் அடி
↓ செங்குத்து உயரம்

இதற்கேற்ப,

முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

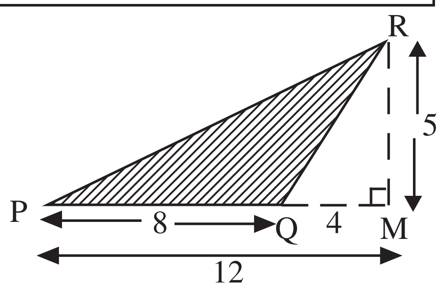
என முக்கோணியின் பரப்பளவைக் கணிக்கும் முறையைக் குறிப்பிடலாம்.

பின்வரும் முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.



PQR என்பது ஒரு விரிகோண முக்கோணியாகும். இங்கு அடி *PQ* வும் செங்குத்து உயரம் *RM* உம் ஆகும். மேற்குறித்த முறைக்கேற்ப முக்கோணி *PQR* இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times PQ \times RM$ ஆக இருக்க வேண்டும்.



$PQ =$ 8 அலகுகளாகவும் $RM = 5$ அலகுகளாகவும் இருப்பின்,

$\triangle$ PQR இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$ சதுர அலகுகள்

இவ்வுருவில் PRM, QRM ஆகிய முக்கோணிகள் செங்கோண முக்கோணிகளாகும்.
$\triangle$ PQR இன் பரப்பளவு = $\triangle$ PRM இன் பரப்பளவு $-$ $\triangle$ QRM இன் பரப்பளவு

$\triangle$ $PRM = \frac{1}{2} \times PM \times RM$

$PM = 12$ அலகுகள், $RM = 5$ அலகுகள் எனின்,

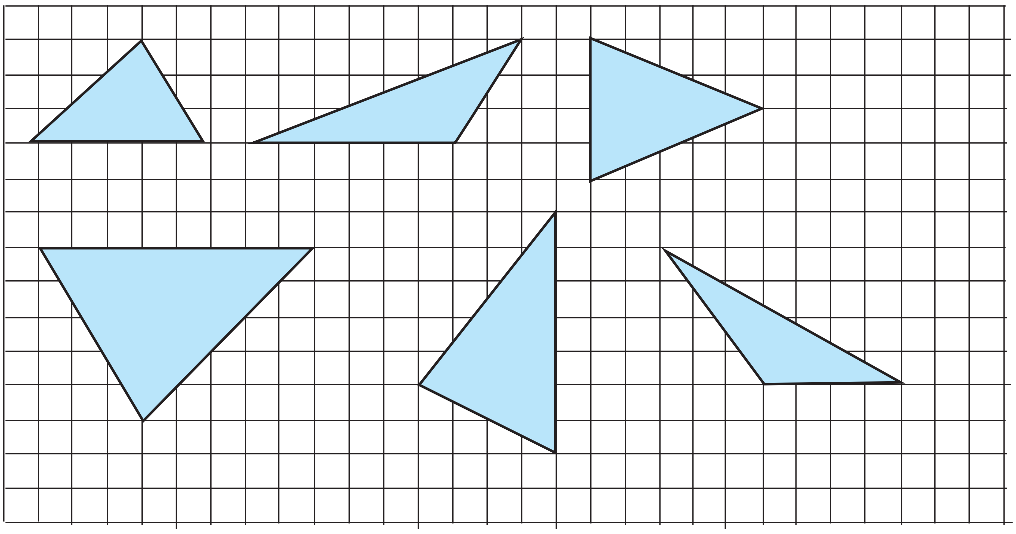
$\triangle$ PRM இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ சதுர அலகுகள்

$\triangle$ QRM இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$ சதுர அலகுகள்

$\therefore$ $\triangle$ PQR இன் பரப்பளவு $= 30 - 10 = 20$ சதுர அலகுகள்

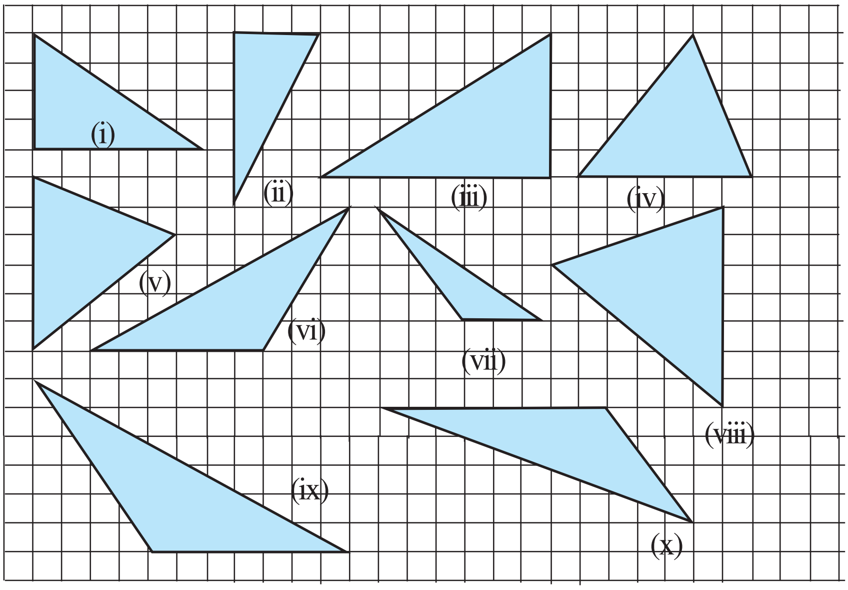
விரிகோண முக்கோணியின் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்கு $\frac{1}{2}$ $\times$ **அடி** $\times$ **செங்குத்து உயரம்** என்னும் அதே முறையைப் பயன்படுத்தலாம் என்பது மேற்குறித்தவற்றிலிருந்து தெளிவாகும்.

பின்வரும் முக்கோணிகளின் பரப்பளவைக் கணிக்க.(சதுரங்களைக் கணக்கிட்டு அடியின் நீளத்தையும் செங்குத்து உயரத்தையும் பெறுக)

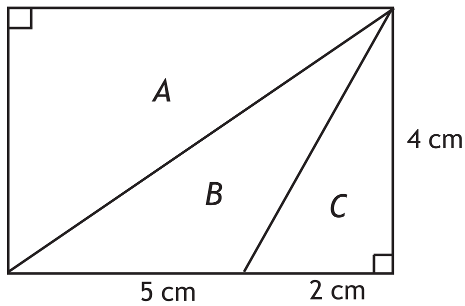


பயிற்சி 20.1

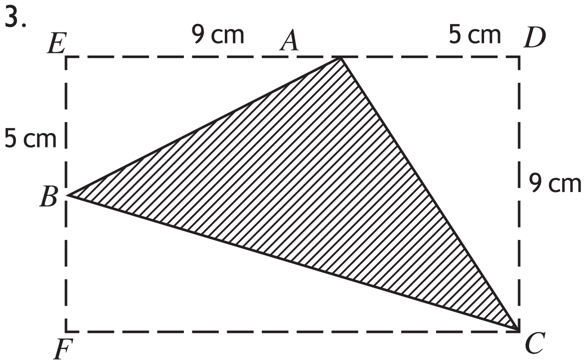
1. கீழே காணப்படுவது 1 cm × 1 cm அளவுள்ள ஒரு சதுர நெய்யரி (சதுரக் கோட்டு வலை) ஆகும். ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் அளவீடுகளை அதில் உள்ள சதுரங்களைக் கணக்கிடுவதன் மூலம் பெற்று, அம்முக்கோணிகளின் பரப்பளவைக் கணிக்க.



2. ஒரு குறித்த வர்த்தக நிலையத்தில் ஒரு பக்கச் சுவர் *A*, *B*, *C* என்னும் மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் *A* யில் நீல நிறமும் *B* யில் சிவப்பு நிறமும் *C*யில் பச்சை நிறமும் பூசப்பட்டுள்ளன.



வெவ்வேறு நிறங்கள் பூசப்பட்டுள்ள அப்பகுதிகளின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

3. 

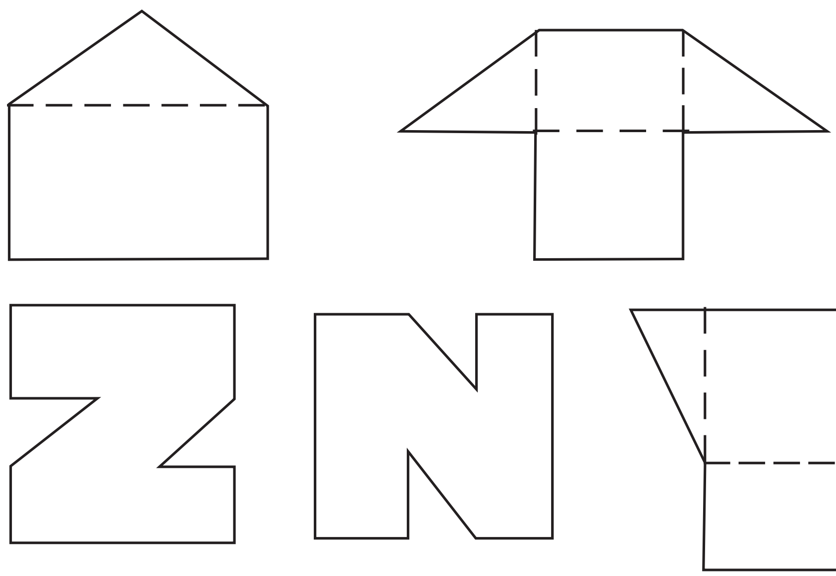
மேற்குறித்த உருவில் *CDEF* ஆனது ஒரு செவ்வகமாகும்.அதன் நீளம் 14 cm உம் அகலம் 9 cm உம் ஆகும். *EA* = 9 cm, *EB* = 5 cm. முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கான ஒரு முறையை உங்களால் எடுத்துரைக்க முடியுமா? இதற்கேற்ப முக்கோணி *ABC* யின் பரப்பளவு 53 cm^2 ஆகுமா எனப் பரிசீலிக்க.

" இலவசப் பாடநூல் விநியோகத்திற்காக "

20.2 கூட்டுத் தள உருவத்தின் பரப்பளவு

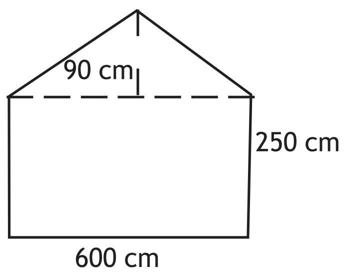
செவ்வகம், சதுரம், முக்கோணி ஆகியன எளிய தள உருவங்களாகும். அத்தகைய இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எளிய தள உருவங்களை இணைப்பதன் மூலம் உண்டாக்கப்படும் தள உருவம் கூட்டுத் தள உருவமாகும்.

அத்தகைய சில கூட்டுத் தள உருக்கள் கீழே காணப்படுகின்றன.



உதாரணம் 20.1

வீடு ஒன்றின் ஒரு பக்கச் சுவரின் பரும்படிப் படம் கீழே காணப்படுகின்றது. அதன் பரப்பளவைக் கணிக்க.



சுவரின் செவ்வகப் பகுதியின் பரப்பளவு

$= (600 \times 250)\ \text{cm}^2$

$= 150\ 000\ \text{cm}^2$

முக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு

$= (\frac{1}{2} \times 600 \times 90)\ \text{cm}^2$

$= 27\ 000\ \text{cm}^2$

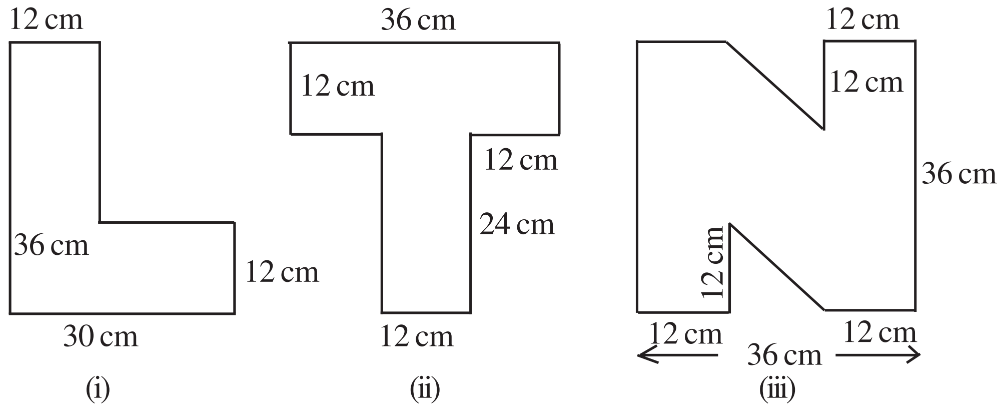
$\therefore$ பக்கச் சுவரின் மொத்தப் பரப்பளவு

$= (150\ 000 + 27\ 000)\ \text{cm}^2$

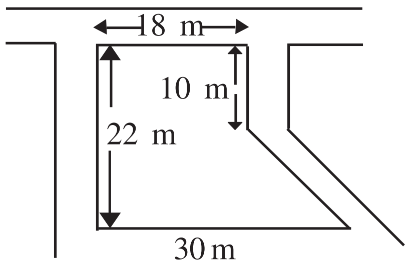
$= 177\ 000\ \text{cm}^2$

பயிற்சி 20.2

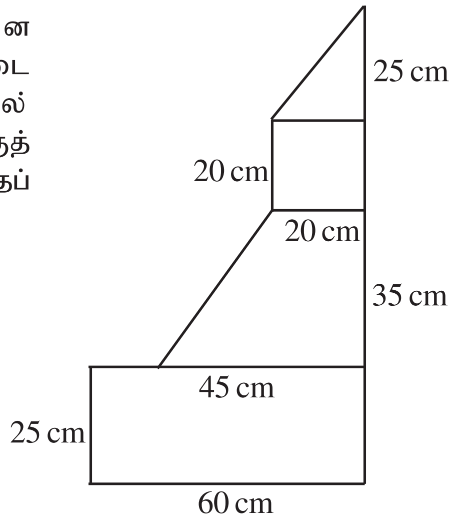
1. ஒரு குறித்த வர்த்தக நிலையத்தின் பெயர்ப் பலகையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள அந்நிலையத்தின் பெயரின் ஒரு பகுதி கீழே காணப்படுகின்றது. தரப்பட்டுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப ஒவ்வோர் எழுத்தினதும் பரப்பளவைக் கணிக்க.



2. ஒரு குறித்த காணித் துண்டின் மாதிரிப் படம் கீழே காணப்படுகின்றது. அதில் உள்ள அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தி அதன் பரப்பளவைக் கணிக்க.

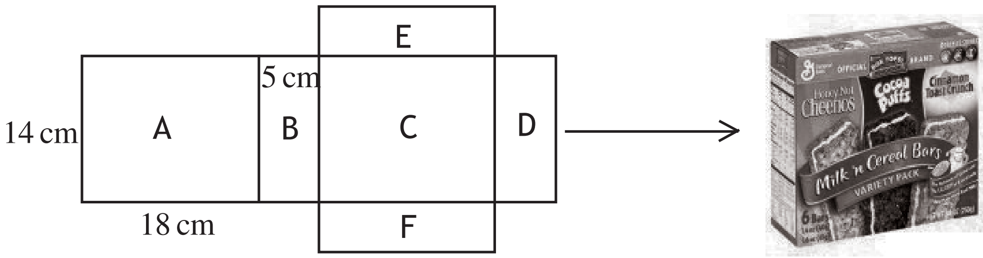


3. ஒரு பாடசாலையில் கணிதத் தின விழாவிற்காக அமைக்கப்பட்ட மேடை அலங்கார மாதிரியுரு அருகில் காணப்படுகின்றது. இம்மாதிரியுருவிற்குத் தேவையான அட்டைத்தாளின் மொத்தப் பரப்பளவைக் கணிக்க.



20.3 திண்மத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணல்

பல்வேறு உற்பத்திப் பொருள்களின் பெட்டிகள் சதுரமுகி அல்லது கனவுரு வடிவத்தில் இருப்பதை நாம் அறிவோம். கேக், மின்குமிழ், வாகனத்தின் மாற்றுறுப்புகள் ஆகியன கவர்ச்சியான சதுரமுகி அல்லது கனவுரு வடிவப் பெட்டிகளில் இடப்பட்டுச் சந்தைகளில் காட்சிப்படுத்தப்படுவதைப் பார்த்திருப்பீர்கள். அட்டைத்தாள் போன்ற தடித்த தாளைப் பயன்படுத்தி இப்பெட்டி செய்யப்படுகின்றது.



கனவுரு வடிவப் பெட்டியின் மாதிரியுரு ஆறு செவ்வகங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதை மேற்குறித்த மாதிரியுருவை அவதானிப்பதன் மூலம் அறிந்துகொள்ளலாம். இங்கு ஒத்த வடிவமுள்ள செவ்வகங்கள் ஒவ்வொரு சோடி வீதம் உள்ளது.

உதாரணம் 20.2

மேற் குறித்த பால்மாப் பைக்கற்றுக்குத் தேவையான தடித்த தாளின் மொத்தப் பரப்பளவானது அதன் மாதிரியுருவில் இடம்பெறும் 6 செவ்வக முகங்களின் பரப்பளவுகளை கூட்டுவதற்குச் சமமாகும். இதற்கேற்ப ஒரு பால்மாப் பைக்கற்றின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

$= A + B + C + D + E + F$

$= (18 \times 14) + (14 \times 5) + (18 \times 14) + (14 \times 5) + (18 \times 5) + (18 \times 5)\text{cm}^2$

$= 252 + 70 + 252 + 70 + 90 + 90\ \text{cm}^2$

$= 824\ \text{cm}^2$

அம்மாதிரியுருவில் சம அளவுள்ள செவ்வகச் சோடி வீதம் இருப்பதனால், பைக்கற்றின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைப் பின்வருமாறும் கணிக்கலாம்.

$2\ (18 \times 14) + 2(14 \times 5) + 2\ (18 \times 5)$; A = C ; B = D ; E = F ஆகும்.

$= 504 + 140 + 180$

$= 824\ \text{cm}^2$

அதே பரப்பளவை வேறொரு விதத்தில் பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.

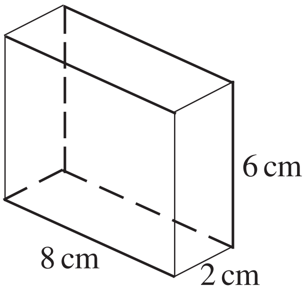
$2\ [\ (18 \times 14) + (14 \times 5) + (18 \times 5)]\ \text{cm}^2$

$= 2[\ 252 + 70 + 90\ ]\ \text{cm}^2$

$= 2 \times 412$

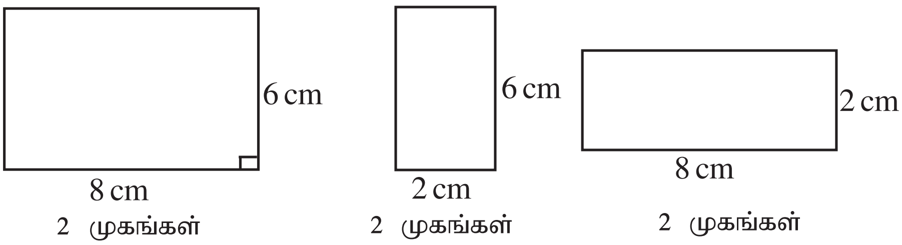
$= 824\ \text{cm}^2$

உதாரணம் 20.3



உருவில் காணப்படும் கனவுருவின் பரப்பளவைக் காண்க.
கனவுருவில் 6 முகங்கள் உள்ளன. அவை செவ்வக வடிவமுள்ளன.
இரு முகங்கள் வீதம் ஒத்த செவ்வகங்களைக் கொண்டது.

இவற்றை வேறுவேறாக வரையும்போது

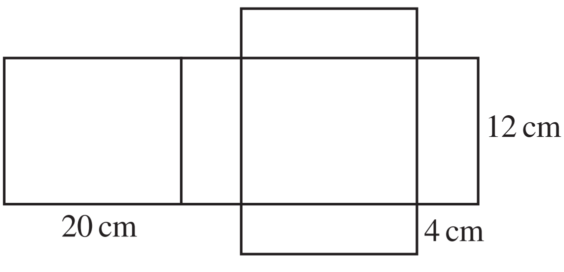


ஆகவே கனவுருவின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

$= [2\ (8 \times 6) + 2(6 \times 2) + 2(8 \times 2)]\ cm^2$
$= (2 \times 48 + 2 \times 12 + 2 \times 16)\ cm^2$
$= (96 + 24 + 32)\ cm^2$
$= 152\ cm^2$

பயிற்சி 20.3

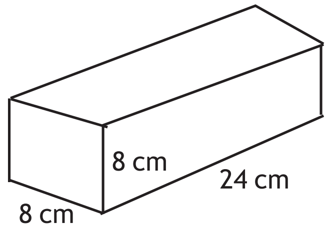
1. பின்வரும் வலையைக் கொண்டு தயாரிக்கத்தக்க கனவுருவின் நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியன யாவை?



அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

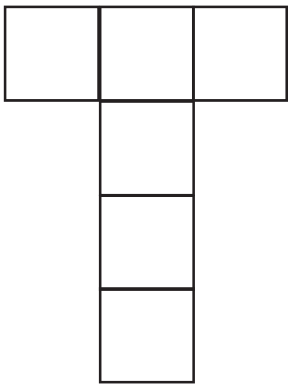
" இலவசப் பாடநூல் விநியோகத்திற்காக "

2. சொக்கிளேற்றுப் பொதியின் பரும்படிப் படம் இங்கு காணப்படுகின்றது. அதன் மாதிரியுருவை ஒரு பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக. அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.



3. ஓர் 1 kg பால்மாப் பெட்டியின் உயரம் 24 cm, அகலம் 6 cm, நீளம் 18 cm ஆகும். அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

4. உருவில் காணப்படும் மாதிரியுருவைப் பயன்படுத்தி ஒரு திண்மத்தைச் செய்ய முடியுமா? முடியுமெனின், அது எவ்வடிவத் திண்மமாகும்? அதன் மேற்பரப்பின் ஒரு பகுதியின் பக்கம் ஒன்றின் நீளம் 8 cm எனின், திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.



சாராம்சம்

- முக்கோணியின் பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்
- கூட்டுத் தள உருவத்தின் பரப்பளவைக் கணிக்கையில் அதனை எளிய தள உருக்களாக வேறுபடுத்த வேண்டும்.
- ஒரு பக்கத்தின் நீளம் a அலகுகளாகவுள்ள ஒரு சதுரமுகியின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $6a^2$ ஆகும்.
- நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியன முறையே a, b, h ஆகவுள்ள ஒரு கனவுருவின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $2ab + 2ah + 2bh$ அல்லது $2(ab + ah + bh)$ ஆகும்.